

Gry dynamiczne, zniekształcona informacja i continuum graczy

Agnieszka Wiszniewska-Matyszkiewicz

XXX-lecie
Instytutu Matematyki Stosowanej i Mechaniki
Uniwersytet Warszawski

21 kwietnia 2017

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Plan

Będziemy łowić rybki... w skali globalnej.



Każdy z rybaków dąży do maksymalizacji zysku, cena maleje ze wzrostem ilości ryb na rynku...

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Jak modelować to zjawisko?

- ▶ Optymalizacja

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Jak modelować to zjawisko?

- ▶ Optymalizacja
 - ▶ optymalizacja dynamiczna.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

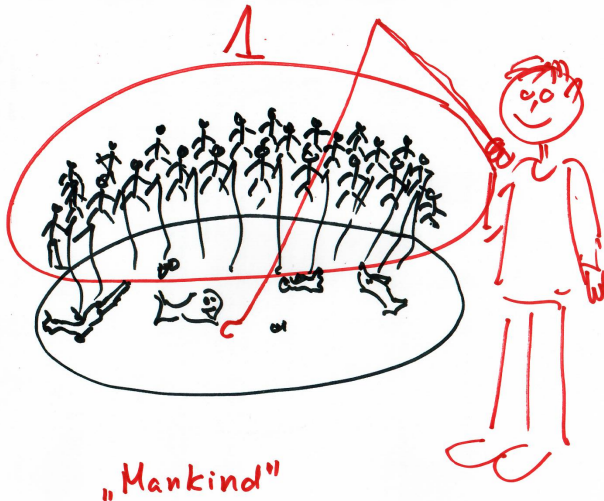
Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Jak modelować to zjawisko?

- ▶ Optymalizacja
 - ▶ optymalizacja dynamiczna.



Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Jak modelować to zjawisko?

- ▶ Dlaczego nie da się podzielić na oddzielne optymalizacje dynamiczne (np. krajów).

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

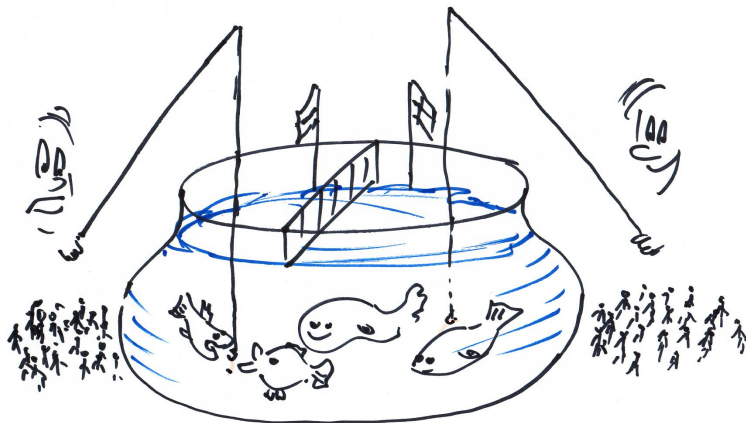
Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Jak modelować to zjawisko?

- ▶ Dlaczego nie da się podzielić na oddzielne optymalizacje dynamiczne (np. krajów).



Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Jak modelować to zjawisko?

- ▶ To może lepiej podzielić całą masę na 2 (Północ – Południe)...

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

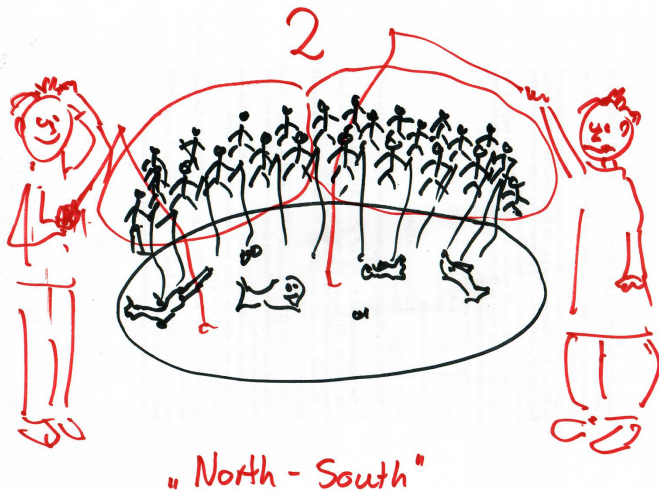
Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Jak modelować to zjawisko?

- ▶ To może lepiej podzielić całą masę na 2 (Północ – Południe)...



Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Jak modelować to zjawisko?

- ▶ a może lepiej n (kontynenty, kraje...).

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Jak modelować to zjawisko?

- ▶ a może lepiej n (kontynenty, kraje...).



Continents, Countries etc.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Jak modelować to zjawisko?

- ▶ A może nie dzielić (masa drobnych rybaków bez świadomości wpływu na cenę i dynamikę populacji)?

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

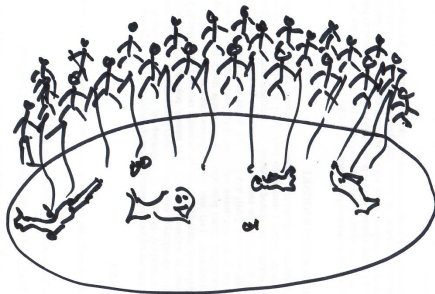
Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Jak modelować to zjawisko?

- ▶ A może nie dzielić (masa drobnych rybaków bez świadomości wpływu na cenę i dynamikę populacji)?



Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gra

- ▶ Nieformalnie, "z życia":

Gra – dowolna sytuacja, w której mamy co najmniej 2 jednostki (**gracze**) podejmujące decyzje (tu uwaga!), każda kieruje się swoim własnym celem (**zmaksymalizować wypłatę**), przy czym wypłata gracza zależy także od decyzji podjętych przez pozostałych graczy.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gra

- ▶ Nieformalnie, "z życia":

Gra – dowolna sytuacja, w której mamy co najmniej 2 jednostki (**gracze**) podejmujące decyzje (tu uwaga!), każda kieruje się swoim własnym celem (**zmaksymalizować wypłatę**), przy czym wypłata gracza zależy także od decyzji podjętych przez pozostałych graczy.

- ▶ Półformalnie:

Gra – dowolna sytuacja, w której każdy z co najmniej 2 **graczy** spośród dostępnych mu **strategii** wybiera taką, która maksymalizuje jego **funkcję wypłaty**, przy czym funkcje wypłaty graczy **zależą od całego profilu strategii** – wyboru strategii przez wszystkich graczy.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gra

- ▶ Nieformalnie, "z życia":

Gra – dowolna sytuacja, w której mamy co najmniej 2 jednostki (**gracze**) podejmujące decyzje (tu uwaga!), każda kieruje się swoim własnym celem (**zmaksymalizować wypłatę**), przy czym wypłata gracza **zależy także od decyzji podjętych przez pozostałych graczy**.

- ▶ Półformalnie:

Gra – dowolna sytuacja, w której każdy z co najmniej 2 **graczy** spośród dostępnych mu **strategii** wybiera taką, która maksymalizuje jego **funkcję wypłaty**, przy czym funkcje wypłaty graczy **zależą od całego profilu strategii** – wyboru strategii przez wszystkich graczy.

- ▶ **Strategia** – określa, jakie decyzje będziemy podejmować **we wszystkich możliwych sytuacjach** podczas gry przez cały jej przebieg.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gra

- ▶ Nieformalnie, "z życia":

Gra – dowolna sytuacja, w której mamy co najmniej 2 jednostki (**gracze**) podejmujące decyzje (tu uwaga!), każda kieruje się swoim własnym celem (**zmaksymalizować wypłatę**), przy czym wypłata gracza zależy także od decyzji podjętych przez pozostałych graczy.

- ▶ Półformalnie:

Gra – dowolna sytuacja, w której każdy z co najmniej 2 **graczy** spośród dostępnych mu **strategii** wybiera taką, która maksymalizuje jego **funkcję wypłaty**, przy czym funkcje wypłaty graczy **zależą od całego profilu strategii** – wyboru strategii przez wszystkich graczy.

- ▶ **Strategia** – określa, jakie decyzje będziemy podejmować **we wszystkich możliwych sytuacjach** podczas gry przez cały jej przebieg.
- ▶ **Strategia** – funkcja przyporządkowująca każdej sytuacji w grze decyzję.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

▶ Formalnie

Gra w postaci strategicznej jest definiowana przez:

- ▶ Zbiór graczy I – najczęściej $I = \{1, \dots, n\}$;
- ▶ Zbiory strategii graczy: $\{S_i\}_{i \in I}$;
- ▶ Funkcje wypłaty graczy $\Pi_i : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$,
 - ▶ gdzie $\Sigma = \times_{i \in I} S_i$ (czasem \subseteq) – zbiór profili strategii.

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

► Formalnie

Gra w postaci strategicznej jest definiowana przez:

- Zbiór graczy I – najczęściej $I = \{1, \dots, n\}$;
 - Zbiory strategii graczy: $\{S_i\}_{i \in I}$;
 - Funkcje wypłaty graczy $\Pi_i : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$,
 - gdzie $\Sigma = \times_{i \in I} S_i$ (czasem \subseteq) – zbiór profili strategii.
- Wprowadzimy wygodny inny zapis profilu $S \in \Sigma$, tak żeby podkreślić własny wybór gracza i
 $[s, S_{-i}]$ – profil S ze strategią gracza i zamienioną na s .

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

- ▶ **Równowaga Nasha** – taki wybór strategii przez graczy, że żadnemu nie opłaca się zmienić strategii, jeśli pozostali nie zmienili swoich.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

- ▶ **Równowaga Nasha** – taki wybór strategii przez graczy, że żadnemu nie opłaca się zmienić strategii, jeśli pozostali nie zmienili swoich.
- ▶ Formalnie: **równowaga Nasha** – taki profil strategii S , że dla każdego gracza i i każdej strategii $s \in S_i$
 $\Pi_i([s, S_{-i}]) \leq \Pi_i(S)$.

- ▶ **Równowaga Nasha** – taki wybór strategii przez graczy, że żadnemu nie opłaca się zmienić strategii, jeśli pozostali nie zmienili swoich.
- ▶ Formalnie: **równowaga Nasha** – taki profil strategii S , że dla każdego gracza i i każdej strategii $s \in S_i$
 $\Pi_i([s, S_{-i}]) \leq \Pi_i(S)$.
- ▶ Jedyne profile w strategii, jakie może utrzymać się w grze.

- ▶ **Równowaga Nasha** – taki wybór strategii przez graczy, że żadnemu nie opłaca się zmienić strategii, jeśli pozostali nie zmienili swoich.
- ▶ Formalnie: **równowaga Nasha** – taki profil strategii S , że dla każdego gracza i i każdej strategii $s \in S_i$
 $\Pi_i([s, S_{-i}]) \leq \Pi_i(S)$.
- ▶ Jedyny profil w strategii, jaki może utrzymać się w grze.
- ▶ Jak liczymy równowagę Nasha?

- ▶ **Równowaga Nasha** – taki wybór strategii przez graczy, że żadnemu nie opłaca się zmienić strategii, jeśli pozostali nie zmienili swoich.
- ▶ Formalnie: **równowaga Nasha** – taki profil strategii S , że dla każdego gracza i i każdej strategii $s \in \mathbb{S}_i$
 $\Pi_i([s, S_{-i}]) \leq \Pi_i(S)$.
- ▶ Jedyny profil w strategii, jaki może utrzymać się w grze.
- ▶ Jak liczymy równowagę Nasha?
- ▶ Jako punkt stały odzworowanie najlepszej odpowiedzi $B : \Sigma \rightarrow \Sigma$ zdefiniowanego przez
 $B_i(S) = \text{Argmax}_{s \in \mathbb{S}_i} \Pi_i([s, S_{-i}])$.

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ Czy właściciel kutra łowiąc śledzie, bierze pod uwagę, że jego połów wpłynie na cenę na światowym rynku? Czy bierze pod uwagę to, jak jego połów wpłynie na stan populacji (od czego zależą jego przyszłe dochody).

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ Czy właściciel kutra łowiąc śledzie, bierze pod uwagę, że jego połów wpłynie na cenę na światowym rynku? Czy bierze pod uwagę to, jak jego połów wpłynie na stan populacji (od czego zależą jego przyszłe dochody).
- ▶ **NIE!**

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ Czy właściciel kutra łowiąc śledzie, bierze pod uwagę, że jego połów wpłynie na cenę na światowym rynku? Czy bierze pod uwagę to, jak jego połów wpłynie na stan populacji (od czego zależą jego przyszłe dochody).
- ▶ **NIE!**
- ▶ **Rynek konkurencyjny**: rynek, w którym każdy z racjonalnych uczestników traktuje ceny jako dane i przy nich optymalizuje swoje decyzje, a **cena jest wybierana przez mechanizm rynkowy**, tak żeby popyt równał się podaży.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ Czy właściciel kutra łowiąc śledzie, bierze pod uwagę, że jego połów wpłynie na cenę na światowym rynku? Czy bierze pod uwagę to, jak jego połów wpłynie na stan populacji (od czego zależą jego przyszłe dochody).
- ▶ **NIE!**
- ▶ **Rynek konkurencyjny**: rynek, w którym każdy z racjonalnych uczestników traktuje ceny jako dane i przy nich optymalizuje swoje decyzje, a **cena jest wybierana przez mechanizm rynkowy**, tak żeby popyt równał się podaży.
- ▶ Podstawowy model ekonomii. A dla skończonego n mamy sprzeczność!

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ Czy właściciel kutra łowiąc śledzie, bierze pod uwagę, że jego połów wpłynie na cenę na światowym rynku? Czy bierze pod uwagę to, jak jego połów wpłynie na stan populacji (od czego zależą jego przyszłe dochody).
- ▶ **NIE!**
- ▶ **Rynek konkurencyjny**: rynek, w którym każdy z racjonalnych uczestników traktuje ceny jako dane i przy nich optymalizuje swoje decyzje, a **cena jest wybierana przez mechanizm rynkowy**, tak żeby popyt równał się podaży.
- ▶ Podstawowy model ekonomii. A dla skończonego n mamy sprzeczność!
- ▶ Rozwiązanie tej sprzeczności – continuum graczy – od 1964, niezależnie Aumann (Nobel 2005) i Vind.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ $I = [0, 1]$ z miarą Lebesgue'a λ .

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ $I = [0, 1]$ z miarą Lebesgue'a λ .
- ▶ $S_j \subseteq S$ mierzalne względem σ -ciała S na S ,

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ $I = [0, 1]$ z miarą Lebesgue'a λ .
- ▶ $S_j \subseteq S$ mierzalne względem σ -ciała S na S ,
- ▶ Profile to funkcje mierzalne z I w S .

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ $I = [0, 1]$ z miarą Lebesgue'a λ .
- ▶ $S_i \subseteq S$ mierzalne względem σ -ciała S na S ,
- ▶ Profile to funkcje mierzalne z I w S .
- ▶ Wyplata ma postać $\Pi_i(S) = P_i(S_i, u^S)$, gdzie $u^S = \int_I g(S_i) d\lambda(i)$ dla $g : S \rightarrow \mathbb{R}^m$, mierzalnej, całkownie ograniczonej; u^S – statystyka profilu.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ $I = [0, 1]$ z miarą Lebesgue'a λ .
- ▶ $S_i \subseteq S$ mierzalne względem σ -ciała S na S ,
- ▶ Profile to funkcje mierzalne z I w S .
- ▶ Wypłata ma postać $\Pi_i(S) = P_i(S_i, u^S)$, gdzie $u^S = \int_I g(S_i) d\lambda(i)$ dla $g : S \rightarrow \mathbb{R}^m$, mierzalnej, całkownie ograniczonej; u^S – statystyka profilu.
- ▶ W definicji równowagi Nasha zamiast "dla każdego gracza" rozważamy "dla prawie wszystkich".

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ $I = [0, 1]$ z miarą Lebesgue'a λ .
- ▶ $S_i \subseteq S$ mierzalne względem σ -ciała S na S ,
- ▶ Profile to funkcje mierzalne z I w S .
- ▶ Wypłata ma postać $\Pi_i(S) = P_i(S_i, u^S)$, gdzie $u^S = \int_I g(S_i) d\lambda(i)$ dla $g : S \rightarrow \mathbb{R}^m$, mierzalnej, całkownie ograniczonej; u^S – statystyka profilu.
- ▶ W definicji równowagi Nasha zamiast "dla każdego gracza" rozważamy "dla prawie wszystkich".
- ▶ Dobrze modelują zaniedbywalność graczy – poczucie braku wpływu staje się racjonalne.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ $I = [0, 1]$ z miarą Lebesgue'a λ .
- ▶ $S_i \subseteq S$ mierzalne względem σ -ciała S na S ,
- ▶ Profile to funkcje mierzalne z I w S .
- ▶ Wypłata ma postać $\Pi_i(S) = P_i(S_i, u^S)$, gdzie $u^S = \int_I g(S_i) d\lambda(i)$ dla $g : S \rightarrow \mathbb{R}^m$, mierzalnej, całkowalnie ograniczonej; u^S – statystyka profilu.
- ▶ W definicji równowagi Nasha zamiast "dla każdego gracza" rozważamy "dla prawie wszystkich".
- ▶ Dobrze modelują zaniedbywalność graczy – poczucie braku wpływu staje się racjonalne.
- ▶ W rzeczywistości ekonomicznej już 30 firm zachowuje się jak continuum.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ $I = [0, 1]$ z miarą Lebesgue'a λ .
- ▶ $S_i \subseteq S$ mierzalne względem σ -ciała S na S ,
- ▶ Profile to funkcje mierzalne z I w S .
- ▶ Wypłata ma postać $\Pi_i(S) = P_i(S_i, u^S)$, gdzie $u^S = \int_I g(S_i) d\lambda(i)$ dla $g : S \rightarrow \mathbb{R}^m$, mierzalnej, całkownie ograniczonej; u^S – statystyka profilu.
- ▶ W definicji równowagi Nasha zamiast "dla każdego gracza" rozważamy "dla prawie wszystkich".
- ▶ Dobrze modelują zaniedbywalność graczy – poczucie braku wpływu staje się racjonalne.
- ▶ W rzeczywistości ekonomicznej już 30 firm zachowuje się jak continuum.
- ▶ Bonus: równowagi Nasha dla continuum graczy istnieją przy słabych założeniach (m.im. AWM [2]).

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy po raz pierwszy

- ▶ $I = [0, 1]$ z miarą Lebesgue'a λ .
- ▶ $S_i \subseteq S$ mierzalne względem σ -ciała S na S ,
- ▶ Profile to funkcje mierzalne z I w S .
- ▶ Wypłata ma postać $\Pi_i(S) = P_i(S_i, u^S)$, gdzie $u^S = \int_I g(S_i) d\lambda(i)$ dla $g : S \rightarrow \mathbb{R}^m$, mierzalnej, całkowalnie ograniczonej; u^S – statystyka profilu.
- ▶ W definicji równowagi Nasha zamiast "dla każdego gracza" rozważamy "dla prawie wszystkich".
- ▶ Dobrze modelują zaniedbywalność graczy – poczucie braku wpływu staje się racjonalne.
- ▶ W rzeczywistości ekonomicznej już 30 firm zachowuje się jak continuum.
- ▶ Bonus: równowagi Nasha dla continuum graczy istnieją przy słabych założeniach (m.im. AWM [2]).
- ▶ Poza koniecznością pilnowania mierzalności, liczy się je prościej niż w grach ze skończenie wieloma graczami.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne w najprostszym ujęciu

- ▶ rozgrywane **w czasie**, dyskretnym $\mathbb{T} = 0, \dots, T$ lub ciągłym $\mathbb{T} = [0, T)$ dla T skończonego lub nieskończonego;

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne w najprostszym ujęciu

- ▶ rozgrywane **w czasie**, dyskretnym $\mathbb{T} = 0, \dots, T$ lub ciągłym $\mathbb{T} = [0, T)$ dla T skończonego lub nieskończonego;
- ▶ w pewnym **systemie**, o zbiorze stanów \mathbb{X} .

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne w najprostszym ujęciu

- ▶ rozgrywane **w czasie**, dyskretnym $\mathbb{T} = 0, \dots, T$ lub ciągłym $\mathbb{T} = [0, T)$ dla T skończonego lub nieskończonego;
- ▶ w pewnym **systemie**, o zbiorze stanów \mathbb{X} .
- ▶ Gracz i w każdej chwili t wybiera **decyzję** ze zbioru \mathbb{D}_i .

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne w najprostszym ujęciu

- ▶ rozgrywane **w czasie**, dyskretnym $\mathbb{T} = 0, \dots, T$ lub ciągłym $\mathbb{T} = [0, T)$ dla T skończonego lub nieskończonego;
- ▶ w pewnym **systemie**, o zbiorze stanów \mathbb{X} .
- ▶ Gracz i w każdej chwili t wybiera **decyzję** ze zbioru \mathbb{D}_i .
- ▶ A więc strategie \mathbb{S}_i – funkcje z \mathbb{T} w \mathbb{D}_i , mierzalne w przypadku czasu ciągłego – strategie otwartej pętli.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne w najprostszym ujęciu

- ▶ rozgrywane **w czasie**, dyskretnym $\mathbb{T} = 0, \dots, T$ lub ciągłym $\mathbb{T} = [0, T)$ dla T skończonego lub nieskończonego;
- ▶ w pewnym **systemie**, o zbiorze stanów \mathbb{X} .
- ▶ Gracz i w każdej chwili t wybiera **decyzję** ze zbioru \mathbb{D}_i .
- ▶ A więc strategie \mathbb{S}_i – funkcje z \mathbb{T} w \mathbb{D}_i , mierzalne w przypadku czasu ciągłego – strategie otwartej pętli.
- ▶ Wypłata ma postać $\Pi_i(S) =$
 - ▶ $= \sum_{t=0}^T P_i(S(t), X(t), t)$ przy czasie dyskretnym,
 - ▶ $= \int_0^T P_i(S(t), X(t), t) d\lambda(t)$ przy czasie ciągłym;

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne w najprostszym ujęciu

- ▶ rozgrywane **w czasie**, dyskretnym $\mathbb{T} = 0, \dots, T$ lub ciągłym $\mathbb{T} = [0, T)$ dla T skończonego lub nieskończonego;
- ▶ w pewnym **systemie**, o zbiorze stanów \mathbb{X} .
- ▶ Gracz i w każdej chwili t wybiera **decyzję** ze zbioru \mathbb{D}_i .
- ▶ A więc strategie S_i – funkcje z \mathbb{T} w \mathbb{D}_i , mierzalne w przypadku czasu ciągłego – strategie otwartej pętli.
- ▶ Wypłata ma postać $\Pi_i(S) =$
 - ▶ $= \sum_{t=0}^T P_i(S(t), X(t), t)$ przy czasie dyskretnym,
 - ▶ $= \int_0^T P_i(S(t), X(t), t) d\lambda(t)$ przy czasie ciągłym;
- ▶ gdzie X jest zdefiniowane przez równania
 - ▶ $X(t+1) = \phi(X(t), S(t))$ przy czasie dyskretnym,
 - ▶ $\dot{X}(t) = \phi(X(t), S(t))$ przy czasie ciągłym;
 - ▶ z warunkiem początkowym $X(0) = x_0$.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne w najprostszym ujęciu

- ▶ rozgrywane **w czasie**, dyskretnym $\mathbb{T} = 0, \dots, T$ lub ciągłym $\mathbb{T} = [0, T)$ dla T skończonego lub nieskończonego;
- ▶ w pewnym **systemie**, o zbiorze stanów \mathbb{X} .
- ▶ Gracz i w każdej chwili t wybiera **decyzję** ze zbioru \mathbb{D}_i .
- ▶ A więc strategie \mathbb{S}_i – funkcje z \mathbb{T} w \mathbb{D}_i , mierzalne w przypadku czasu ciągłego – strategie otwartej pętli.
- ▶ Wypłata ma postać $\Pi_i(S) =$
 - ▶ $= \sum_{t=0}^T P_i(S(t), X(t), t)$ przy czasie dyskretnym,
 - ▶ $= \int_0^T P_i(S(t), X(t), t) d\lambda(t)$ przy czasie ciągłym;
- ▶ gdzie X jest zdefiniowane przez równania
 - ▶ $X(t+1) = \phi(X(t), S(t))$ przy czasie dyskretnym,
 - ▶ $\dot{X}(t) = \phi(X(t), S(t))$ przy czasie ciągłym;
 - ▶ z warunkiem początkowym $X(0) = x_0$.
- ▶ Można też rozważać inne postacie strategii – np. zależne od x bądź (x, t) (inna **struktura informacyjna**).

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne 2

- ▶ W grach dynamicznych obliczanie równowagi Nasha łączy ze sobą **optymalizację dynamiczną** z szukaniem **punktu stałego** odwzorowania najlepszej odpowiedzi w przestrzeni profili strategii (przestrzeń funkcyjna).

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne 2

- ▶ W grach dynamicznych obliczanie równowagi Nasha łączy ze sobą **optymalizację dynamiczną** z szukaniem **punktu stałego** odwzorowania najlepszej odpowiedzi w przestrzeni profili strategii (przestrzeń funkcyjna).
- ▶ Nawet jeśli potrafimy rozwiązać zagadnienia optymalizacji dynamicznej, mamy dobrze działające metody dla naszego zagadnienia, to jeśli dodamy chociaż jednego gracza (i rozważamy grę o sumie niezerowej), to **równowaga Nasha**.
 - ▶ Nie zawsze istnieje.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne 2

- ▶ W grach dynamicznych obliczanie równowagi Nasha łączy ze sobą **optymalizację dynamiczną** z szukaniem **punktu stałego** odwzorowania najlepszej odpowiedzi w przestrzeni profili strategii (przestrzeń funkcyjna).
- ▶ Nawet jeśli potrafimy rozwiązać zagadnienia optymalizacji dynamicznej, mamy dobrze działające metody dla naszego zagadnienia, to jeśli dodamy chociaż jednego gracza (i rozważamy grę o sumie niezerowej), to **równowaga Nasha**.
 - ▶ Nie zawsze istnieje.
 - ▶ Nie zawsze wiemy, czy istnieje.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne 2

- ▶ W grach dynamicznych obliczanie równowagi Nasha łączy ze sobą **optymalizację dynamiczną** z szukaniem **punktu stałego** odwzorowania najlepszej odpowiedzi w przestrzeni profili strategii (przestrzeń funkcyjna).
- ▶ Nawet jeśli potrafimy rozwiązać zagadnienia optymalizacji dynamicznej, mamy dobrze działające metody dla naszego zagadnienia, to jeśli dodamy chociaż jednego gracza (i rozważamy grę o sumie niezerowej), to **równowaga Nasha**.
 - ▶ Nie zawsze istnieje.
 - ▶ Nie zawsze wiemy, czy istnieje.
 - ▶ Potrafimy policzyć dla nielicznych szczególnych przypadków.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne 2

- ▶ W grach dynamicznych obliczanie równowagi Nasha łączy ze sobą **optymalizację dynamiczną** z szukaniem **punktu stałego** odwzorowania najlepszej odpowiedzi w przestrzeni profili strategii (przestrzeń funkcyjna).
- ▶ Nawet jeśli potrafimy rozwiązać zagadnienia optymalizacji dynamicznej, mamy dobrze działające metody dla naszego zagadnienia, to jeśli dodamy chociaż jednego gracza (i rozważamy grę o sumie niezerowej), to **równowaga Nasha**.
 - ▶ Nie zawsze istnieje.
 - ▶ Nie zawsze wiemy, czy istnieje.
 - ▶ Potrafimy policzyć dla nielicznych szczególnych przypadków.
 - ▶ Metody wystarczające do rozwiązania analogicznego zagadnienia optymalizacji dynamicznej przestają działać.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne 3

- ▶ Intuicje z optymalizacji dynamicznej przestają działać

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne 3

- ▶ Intuicje z optymalizacji dynamicznej przestają działać (np. zmiana struktury informacyjnej zazwyczaj zmienia równowagi – np. AWM [14,16]).

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

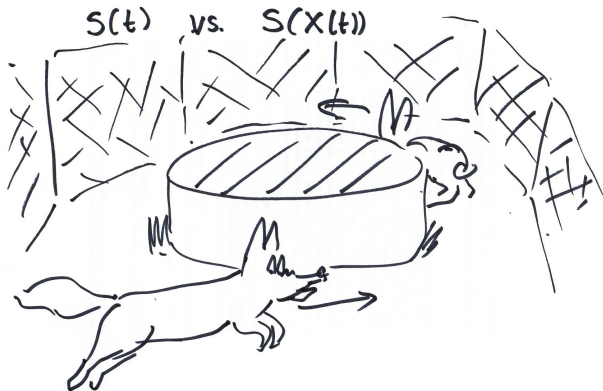
Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Gry dynamiczne 3

- ▶ Intuicje z optymalizacji dynamicznej przestają działać (np. zmiana struktury informacyjnej zazwyczaj zmienia równowagi – np. AWM [14,16]).
- ▶ Sporo prac niematematycznych z błędami (np. do nurtu Fish Wars właściwa metodologia dopiero w AWM [13])...



Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy a gry dynamiczne

- ▶ Dobrze modelują zachowanie w grach dynamicznych z wieloma graczami.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy a gry dynamiczne

- ▶ Dobrze modelują zachowanie w grach dynamicznych z wieloma graczami.
- ▶ Jeśli tylko jedna zewnętrzna zmienna stanu (wielkość populacji w przypadku wspólnego łowiska) – zmieniająca się pod wpływem statystyki,

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy a gry dynamiczne

- ▶ Dobrze modelują zachowanie w grach dynamicznych z wieloma graczami.
- ▶ Jeśli tylko jedna zewnętrzna zmienna stanu (wielkość populacji w przypadku wspólnego łowiska) – zmieniająca się pod wpływem statystyki, to zamiast zwykłej optymalizacji dynamicznej **twierdzenie o dekompozycji** (AWM [4-7,14]) – rozwiązujemy rodzinę statycznych równowag Nasha sparametryzowanych stanem/stanem w kolejnych momentach czasu/historią.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy a gry dynamiczne

- ▶ Dobrze modelują zachowanie w grach dynamicznych z wieloma graczami.
- ▶ Jeśli tylko jedna zewnętrzna zmienna stanu (wielkość populacji w przypadku wspólnego łowiska) – zmieniająca się pod wpływem statystyki, to zamiast zwykłej optymalizacji dynamicznej **twierdzenie o dekompozycji** (AWM [4-7,14]) – rozwiązujemy rodzinę statycznych równowag Nasha sparametryzowanych stanem/stanem w kolejnych momentach czasu/historią.
- ▶ Równowagi dla różnych struktur informacyjnych są równoważne (AWM [14]).

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy a gry dynamiczne

- ▶ Dobrze modelują zachowanie w grach dynamicznych z wieloma graczami.
- ▶ Jeśli tylko jedna zewnętrzna zmienna stanu (wielkość populacji w przypadku wspólnego łowiska) – zmieniająca się pod wpływem statystyki, to zamiast zwykłej optymalizacji dynamicznej **twierdzenie o dekompozycji** (AWM [4-7,14]) – rozwiązujemy rodzinę statycznych równowag Nasha sparametryzowanych stanem/stanem w kolejnych momentach czasu/historią.
- ▶ Równowagi dla różnych struktur informacyjnych są równoważne (AWM [14]).
- ▶ Znacznie łatwiej policzyć lub udowodnić istnienie.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy a gry dynamiczne

- ▶ Dobrze modelują zachowanie w grach dynamicznych z wieloma graczami.
- ▶ Jeśli tylko jedna zewnętrzna zmienna stanu (wielkość populacji w przypadku wspólnego łowiska) – zmieniająca się pod wpływem statystyki, to zamiast zwykłej optymalizacji dynamicznej **twierdzenie o dekompozycji** (AWM [4-7,14]) – rozwiązujemy rodzinę statycznych równowag Nasha sparametryzowanych stanem/stanem w kolejnych momentach czasu/historią.
- ▶ Równowagi dla różnych struktur informacyjnych są równoważne (AWM [14]).
- ▶ Znacznie łatwiej policzyć lub udowodnić istnienie.
- ▶ Można też rozważać duże gry mieszane: składające się z continuum małych graczy i graczy atomowych (np. AWM [10]).

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy a gry dynamiczne 2

- ▶ W wielu grach równowaga Nasha dla continuum graczy jest granicą równowag dla skończenie wielu graczy (AWM [8,9,14]), choć mogą być zmiany jakościowe (AWM [8]).

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy a gry dynamiczne 2

- ▶ W wielu grach równowaga Nasha dla continuum graczy jest granicą równowag dla skończenie wielu graczy (AWM [8,9,14]), choć mogą być zmiany jakościowe (AWM [8]).
- ▶ W grach eksploatacji wspólnych zasobów odnawialnych łatwo policzyć narzędzia wymuszania optymalności (np. opłaty za przekroczenie, przy których nową równowagą Nasha jest profil maksymalizujący łączną wypłatę graczy) (AWM [1,3]).

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Continuum graczy a gry dynamiczne 2

- ▶ W wielu grach równowaga Nasha dla continuum graczy jest granicą równowag dla skończenie wielu graczy (AWM [8,9,14]), choć mogą być zmiany jakościowe (AWM [8]).
- ▶ W grach eksploatacji wspólnych zasobów odnawialnych łatwo policzyć narzędzia wymuszania optymalności (np. opłaty za przekroczenie, przy których nową równowagą Nasha jest profil maksymalizujący łączną wypłatę graczy) (AWM [1,3]).
- ▶ W grach eksploatacji łowisk narzędzia wymuszania optymalności (np. opłaty za przekroczenie) wyliczone dla gier z continuum graczy w analizowanych przypadkach działają dla n graczy (AWM [9]).

- ▶ Ale przecież graczy jest skończenie wielu!

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

- ▶ Ale przecież graczy jest skończenie wielu! Czy da się poczucie zaniedbywalności zamodelować inaczej?

- ▶ Ale przecież graczy jest skończenie wielu! Czy da się poczucie zaniedbywalności zamodelować inaczej?
- ▶ Czy w ogóle pojęcie równowagi Nasha ma sens w realnych zagadnieniach o charakterze gry dynamicznej, zwłaszcza eksploatacji zasobów, w wieloma graczami?

Zniekształcona informacja

- ▶ Czy Kowalski, szyper kutra rybackiego poławiający na łowisku oceanicznym z otwartym dostępem zna grę, w której uczestniczy?

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Czy Kowalski, szyper kutra rybackiego poławiający na łowisku oceanicznym z otwartym dostępem zna grę, w której uczestniczy?
- ▶ Czy zna chociażby dynamikę populacji tuńczyka pacyficznego i swój na nią wpływ?

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Czy Kowalski, szyper kutra rybackiego poławiający na łowisku oceanicznym z otwartym dostępem zna grę, w której uczestniczy?
- ▶ Czy zna chociażby dynamikę populacji tuńczyka pacyficznego i swój na nią wpływ?
- ▶ Czy wie chociażby, ile statków poławia w tym rejonie i ile są w stanie złowić? ...

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Czy Kowalski, szypier kutra rybackiego poławiający na łowisku oceanicznym z otwartym dostępem zna grę, w której uczestniczy?
- ▶ Czy zna chociażby dynamikę populacji tuńczyka pacyficznego i swój na nią wpływ?
- ▶ Czy wie chociażby, ile statków poławia w tym rejonie i ile są w stanie złowić? ...
- ▶ Gracze nie znają dokładnie gry: dynamiki systemu, swojego wpływu na statystykę, zbiorów decyzji innych graczy albo ich funkcji wypłaty. Na pewno nie znają profilu strategii pozostałych graczy.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Czy Kowalski, szypier kutra rybackiego poławiający na łowisku oceanicznym z otwartym dostępem zna grę, w której uczestniczy?
- ▶ Czy zna chociażby dynamikę populacji tuńczyka pacyficznego i swój na nią wpływ?
- ▶ Czy wie chociażby, ile statków poławia w tym rejonie i ile są w stanie złowić? ...
- ▶ Gracze nie znają dokładnie gry: dynamiki systemu, swojego wpływu na statystykę, zbiorów decyzji innych graczy albo ich funkcji wypłaty. Na pewno nie znają profilu strategii pozostałych graczy.
- ▶ Zamiast faktycznej, w każdym etapie każdy z graczy maksymalizuje oczekiwaną wypłatę – przy jego „subiektywnych” oczekiwaniach.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Czy Kowalski, szypier kutra rybackiego poławiający na łowisku oceanicznym z otwartym dostępem zna grę, w której uczestniczy?
- ▶ Czy zna chociażby dynamikę populacji tuńczyka pacyficznego i swój na nią wpływ?
- ▶ Czy wie chociażby, ile statków poławia w tym rejonie i ile są w stanie złowić? ...
- ▶ Gracze nie znają dokładnie gry: dynamiki systemu, swojego wpływu na statystykę, zbiorów decyzji innych graczy albo ich funkcji wypłaty. Na pewno nie znają profilu strategii pozostałych graczy.
- ▶ Zamiast faktycznej, w każdym etapie każdy z graczy maksymalizuje oczekiwaną wypłatę – przy jego „subiektywnych” oczekiwaniach.
- ▶ Szypier jednego z tysięcy statków rybackich na Pacyfiku będzie zachowywał się, jakby był jednym z continuum graczy!

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

(AWM[11,12,15,17,18])

- ▶ Oczekiwania – dwie możliwe postaci: zbiór przyszłych trajektorii (X, u) uważanych za możliwe w reakcji na moją decyzję

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

(AWM[11,12,15,17,18])

- ▶ Oczekiwania – dwie możliwe postaci: zbiór przyszłych trajektorii (X, u) uważanych za możliwe w reakcji na moją decyzję versus rozkład prawdopodobieństwa.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

(AWM[11,12,15,17,18])

- ▶ Oczekiwania – dwie możliwe postaci: zbiór przyszłych trajektorii (X, u) uważanych za możliwe w reakcji na moją decyzję versus rozkład prawdopodobieństwa.
- ▶ Powstają na podstawie przeszłych obserwacji moich decyzji oraz wynikłych z tego wartości X i u .

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

(AWM[11,12,15,17,18])

- ▶ Oczekiwania – dwie możliwe postaci: zbiór przyszłych trajektorii (X, u) uważanych za możliwe w reakcji na moją decyzję versus rozkład prawdopodobieństwa.
- ▶ Powstają na podstawie przeszłych obserwacji moich decyzji oraz wynikłych z tego wartości X i u .
- ▶ W pierwszym przypadku oczekiwana przyszła wypłata to najlepsza wypłata, jaką sobie mogę zagwarantować przy najgorszej opcji spośród uważanych za możliwe,

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

(AWM[11,12,15,17,18])

- ▶ Oczekiwania – dwie możliwe postaci: zbiór przyszłych trajektorii (X, u) uważanych za możliwe w reakcji na moją decyzję versus rozkład prawdopodobieństwa.
- ▶ Powstają na podstawie przeszłych obserwacji moich decyzji oraz wynikłych z tego wartości X i u .
- ▶ W pierwszym przypadku oczekiwana przyszła wypłata to najlepsza wypłata, jaką sobie mogę zagwarantować przy najgorszej opcji spośród uważanych za możliwe, w drugim zwykła wartość oczekiwana.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

(AWM[11,12,15,17,18])

- ▶ Oczekiwania – dwie możliwe postaci: zbiór przyszłych trajektorii (X, u) uważanych za możliwe w reakcji na moją decyzję versus rozkład prawdopodobieństwa.
- ▶ Powstają na podstawie przeszłych obserwacji moich decyzji oraz wynikłych z tego wartości X i u .
- ▶ W pierwszym przypadku oczekiwana przyszła wypłata to najlepsza wypłata, jaką sobie mogę zagwarantować przy najgorszej opcji spośród uważanych za możliwe, w drugim zwykła wartość oczekiwana.
- ▶ Każdy z graczy w każdym etapie maksymalizuje swoją oczekiwaną wypłatę (dokładną obecną plus oczekiwaną przyszłą) – najlepsza odpowiedź na oczekiwania

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

(AWM[11,12,15,17,18])

- ▶ Oczekiwania – dwie możliwe postaci: zbiór przyszłych trajektorii (X, u) uważanych za możliwe w reakcji na moją decyzję versus rozkład prawdopodobieństwa.
- ▶ Powstają na podstawie przeszłych obserwacji moich decyzji oraz wynikłych z tego wartości X i u .
- ▶ W pierwszym przypadku oczekiwana przyszła wypłata to najlepsza wypłata, jaką sobie mogę zagwarantować przy najgorszej opcji spośród uważanych za możliwe, w drugim zwykła wartość oczekiwana.
- ▶ Każdy z graczy w każdym etapie maksymalizuje swoją oczekiwaną wypłatę (dokładną obecną plus oczekiwaną przyszłą) – najlepsza odpowiedź na oczekiwania \Rightarrow **pre-równowaga Nasha ze zniekształconą informacją.**

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

(AWM[11,12,15,17,18])

- ▶ Oczekiwania – dwie możliwe postaci: zbiór przyszłych trajektorii (X, u) uważanych za możliwe w reakcji na moją decyzję versus rozkład prawdopodobieństwa.
- ▶ Powstają na podstawie przeszłych obserwacji moich decyzji oraz wynikłych z tego wartości X i u .
- ▶ W pierwszym przypadku oczekiwana przyszła wypłata to najlepsza wypłata, jaką sobie mogę zagwarantować przy najgorszej opcji spośród uważanych za możliwe, w drugim zwykła wartość oczekiwana.
- ▶ Każdy z graczy w każdym etapie maksymalizuje swoją oczekiwaną wypłatę (dokładną obecną plus oczekiwaną przyszłą) – najlepsza odpowiedź na oczekiwania \Rightarrow **pre-równowaga Nasha ze zniekształconą informacją**.
- ▶ I sprawdzenie czy rozgrywka (ex post) spełnia uprzednie oczekiwania

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

(AWM[11,12,15,17,18])

- ▶ Oczekiwania – dwie możliwe postaci: zbiór przyszłych trajektorii (X, u) uważanych za możliwe w reakcji na moją decyzję versus rozkład prawdopodobieństwa.
- ▶ Powstają na podstawie przeszłych obserwacji moich decyzji oraz wynikłych z tego wartości X i u .
- ▶ W pierwszym przypadku oczekiwana przyszła wypłata to najlepsza wypłata, jaką sobie mogę zagwarantować przy najgorszej opcji spośród uważanych za możliwe, w drugim zwykła wartość oczekiwana.
- ▶ Każdy z graczy w każdym etapie maksymalizuje swoją oczekiwaną wypłatę (dokładną obecną plus oczekiwaną przyszłą) – najlepsza odpowiedź na oczekiwania \Rightarrow **pre-równowaga Nasha ze zniekształconą informacją**.
- ▶ I sprawdzenie czy rozgrywka (ex post) spełnia uprzednie oczekiwania \Rightarrow **równowaga Nasha ze zniekształconą informacją (BDNE)**.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Potwierdzenie oczekiwań

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Potwierdzenie oczekiwań \Rightarrow nie ma powodu, żeby uważać je za błędne.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Potwierdzenie oczekiwań \Rightarrow nie ma powodu, żeby uważać je za błędne.
- ▶ Być może spełnione są tylko dlatego, że w nie wierzymy, przez wpływ na nasze decyzje.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Potwierdzenie oczekiwań \Rightarrow nie ma powodu, żeby uważać je za błędne.
- ▶ Być może spełnione są tylko dlatego, że w nie wierzymy, przez wpływ na nasze decyzje.
- ▶ Często tak jest na giełdzie!

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Potwierdzenie oczekiwań \Rightarrow nie ma powodu, żeby uważać je za błędne.
- ▶ Być może spełnione są tylko dlatego, że w nie wierzymy, przez wpływ na nasze decyzje.
- ▶ Często tak jest na giełdzie!
- ▶ Podobnie z upadkiem banku

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Potwierdzenie oczekiwań \Rightarrow nie ma powodu, żeby uważać je za błędne.
- ▶ Być może spełnione są tylko dlatego, że w nie wierzymy, przez wpływ na nasze decyzje.
- ▶ Często tak jest na giełdzie!
- ▶ Podobnie z upadkiem banku
 - jeżeli ludzie wierzą, że upadnie, to upadnie (o ile rząd czegoś z tym nie zrobi), niezależnie od jego kondycji.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Potwierdzenie oczekiwań \Rightarrow nie ma powodu, żeby uważać je za błędne.
- ▶ Być może spełnione są tylko dlatego, że w nie wierzymy, przez wpływ na nasze decyzje.
- ▶ Często tak jest na giełdzie!
- ▶ Podobnie z upadkiem banku
 - jeżeli ludzie wierzą, że upadnie, to upadnie (o ile rząd czegoś z tym nie zrobi), niezależnie od jego kondycji.
- ▶ Czy można to nazwać nieracjonalnością?

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Potwierdzenie oczekiwań \Rightarrow nie ma powodu, żeby uważać je za błędne.
- ▶ Być może spełnione są tylko dlatego, że w nie wierzymy, przez wpływ na nasze decyzje.
- ▶ Często tak jest na giełdzie!
- ▶ Podobnie z upadkiem banku
 - jeżeli ludzie wierzą, że upadnie, to upadnie (o ile rząd czegoś z tym nie zrobi), niezależnie od jego kondycji.
- ▶ Czy można to nazwać nieracjonalnością?
- ▶ A czym to się różni od nauki w dziedzinach, w których model stworzony na podstawie uprzednich obserwacji jest podstawą optymalizacji?

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Wcześniejsze pojęcia równowag z niepełną informacją:
 - ▶ jedynie statyczne,

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Wcześniejsze pojęcia równowag z niepełną informacją:
 - ▶ jedynie statyczne,
 - ▶ bliskie pełnej informacji o grze i pozostałych graczach,

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Wcześniejsze pojęcia równowag z niepełną informacją:
 - ▶ jedynie statyczne,
 - ▶ bliskie pełnej informacji o grze i pozostałych graczach,
 - ▶ zakładające możliwość wielokrotnego powtarzania gry,

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Wcześniejsze pojęcia równowag z niepełną informacją:
 - ▶ jedynie statyczne,
 - ▶ bliskie pełnej informacji o grze i pozostałych graczach,
 - ▶ zakładające możliwość wielokrotnego powtarzania gry,
 - ▶ przy decyzjach w poprzednich przebiegach bez wpływu na wypłaty w przyszłości – służące jedynie zdobyciu informacji.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyskiel

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Wcześniejsze pojęcia równowag z niepełną informacją:
 - ▶ jedynie statyczne,
 - ▶ bliskie pełnej informacji o grze i pozostałych graczach,
 - ▶ zakładające możliwość wielokrotnego powtarzania gry,
 - ▶ przy decyzjach w poprzednich przebiegach bez wpływu na wypłaty w przyszłości – służące jedynie zdobyciu informacji.
 - ▶ Nie do sensownego zastosowania w grach dynamicznych, ze zmieniającym się stanem.
- ▶ Wiele zastosowań BDNE także poza eksploatacją ekosystemów, m.in.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Wcześniejsze pojęcia równowag z niepełną informacją:
 - ▶ jedynie statyczne,
 - ▶ bliskie pełnej informacji o grze i pozostałych graczach,
 - ▶ zakładające możliwość wielokrotnego powtarzania gry,
 - ▶ przy decyzjach w poprzednich przebiegach bez wpływu na wypłaty w przyszłości – służące jedynie zdobyciu informacji.
 - ▶ Nie do sensownego zastosowania w grach dynamicznych, ze zmieniającym się stanem.
- ▶ Wiele zastosowań BDNE także poza eksploatacją ekosystemów, m.in.
 - ▶ Modelowanie rynków (AWM [11-12]),

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Zniekształcona informacja

- ▶ Wcześniejsze pojęcia równowag z niepełną informacją:
 - ▶ jedynie statyczne,
 - ▶ bliskie pełnej informacji o grze i pozostałych graczach,
 - ▶ zakładające możliwość wielokrotnego powtarzania gry,
 - ▶ przy decyzjach w poprzednich przebiegach bez wpływu na wypłaty w przyszłości – służące jedynie zdobyciu informacji.
 - ▶ Nie do sensownego zastosowania w grach dynamicznych, ze zmieniającym się stanem.
- ▶ Wiele zastosowań BDNE także poza eksploatacją ekosystemów, m.in.
 - ▶ Modelowanie rynków (AWM [11-12]),
 - ▶ Zastosowania w bezpieczeństwie (aktualne badania).

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

- ▶ **Równowaga Nasha** – taki profil strategii, że żadnemu z graczy nie opłaca się zmienić strategii, jeśli pozostali nie zmienili swoich.

- ▶ **Równowaga Nasha** – taki profil strategii, że żadnemu z graczy nie opłaca się zmienić strategii, jeśli pozostali nie zmienili swoich.
- ▶ Jeśli chcemy modelować zagadnienia eksploatacji łowisk otwartego dostępu z wieloma uczestnikami, odzwierciedlając rzeczywiste zachowania, możemy to zrobić albo modelując ich jako continuum graczy, albo zakładając zniekształconą informację.

Dziękuję za uwagę!

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

Dziękuję za uwagę!

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

A przy okazji zapraszam na konferencję z gier dynamicznych **11th International ISDG Workshop**
<https://www.impan.pl/en/activities/banach-center/conferences/17-isdg>

- [1.] AWM, 2000, *Dynamic Game with Continuum of Players Modelling "the Tragedy of the Commons"*, in Petrosjan, Mazalov (eds.) *Game Theory and Applications* **5**, 162-187.
- [2.] AWM, 2000, *Existence of Pure Equilibria in Games with Nonatomic Space of Players*, *Topological Methods in Nonlinear Analysis* **16**, 339-349.
- [3.] AWM, 2001, *"The Tragedy of the Commons" Modelled by Large Games*, *Annals of the International Society of Dynamic Games* **6** (E. Altman, O. Pourtallier eds.), 323-345.
- [4.] AWM, 2002, *Static and Dynamic Equilibria in Games with Continuum of Players*, *Positivity* **6**, 433-453.
- [5.] AWM, 2002, *Discrete Time Dynamic Games with Continuum of Players I: Decomposable Games*, *International Game Theory Review* **4**, 331-342.
- [6.] AWM, 2003, *Discrete Time Dynamic Games with Continuum of Players II: Semi-Decomposable Games*, *International Game Theory Review* **5**, 27-40.
- [7.] AWM, 2003, *Static and Dynamic Equilibria in Stochastic Games with Continuum of Players*, *Control and Cybernetics* **32**, 103-126.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszkiewicz

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

- [8.] AWM, 2005, *A Dynamic Game with Continuum of Players and its Counterpart with Finitely Many Players*, Annals of the International Society of Dynamic Games **7**, (A. S. Nowak, K. Szajowski), Birkhäuser, 455-469.
- [9.] AWM, 2008, *Common Resources, Optimality and Taxes in Dynamic Games with Increasing Number of Players*, Journal of Mathematical Analysis and Applications **337**, 840-841.
- [10.] AWM, 2008, *Dynamic Oligopoly as a Mixed Large Game – Toy Market*, in S.K. Neogy, R.B. Bapat, A.K. Das, T. Parthasarathy (eds.), *Mathematical Programming and Game Theory for Decision Making*, 369-390.
- [11.] AWM, 2008, *Stock Market as a Game with Continuum of Players*, Control and Cybernetics, **37** No.3, 617-647.
- [12.] AWM, 2010, *Games with distorted information and self-verification of beliefs with application to financial markets*, Quantitative Methods in Economics 11(1), 254-275.
- [13.] AWM, 2011, *On the terminal condition for the Bellman equation for dynamic optimization with an infinite horizon*, Applied Mathematics Letters **24**, 943-949.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury

- [14.] AWM, 2014, *Open and closed loop Nash equilibria in games with continuum of players*, Journal of Optimization Theory and Applications **160**, 280-301.
- [15.] AWM, 2014, *When beliefs about future create future – exploitation of a common ecosystem from a new perspective*, Strategic Behaviour and Environment **4**, 237-261.
- [16.] AWM, M. Bodnar, F. Mirota, 2015, *Dynamic Oligopoly with Sticky Prices: Off-Steady-state Analysis*, Dynamic Games and Applications **5**, 568-598.
- [17.] AWM, 2016, *Belief distorted Nash equilibria: introduction of a new kind of equilibrium in dynamic games with distorted information*, Annals of Operations Research, 147-177.
- [18.] AWM, 2017, *Redefinition of Belief Distorted Nash Equilibria for the Environment of Dynamic Games with Probabilistic Beliefs*, Journal of Optimization Theory and Applications **172**, 984-1007.

Gry dynamiczne,
zniekształcona
informacja i
continuum graczy

Agnieszka
Wiszniewska-
Matyszek

Co to jest gra?

Równowaga Nasha

Continuum graczy I

Gry dynamiczne

Gry dynamiczne z
continuum graczy

Quasi-
podsumowanie

Trochę literatury